Colle de Physique

December 9, 2011

Exercice

On étudie la propagation d'une onde plane monochromatiue dans un milieu composé d'argent.

1. Ecrire les équations de Maxwell et leur signification.
   Dans la suite du problème, la densité volumique de courant et le champe électrique sont reliés par la loi d'ohm : $\overrightarrow{j}(\overrightarrow{r}, t) = \sigma(\omega)\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t)$.

2. Montrer que pour avoir une densité de charge $\rho(\overrightarrow{r}, t)$ non nulle, la pulasation ω doit satisfaire une certaine équation.

3. Dans le cas ou la densité de charge n'est pas nulle, montrer que le champs magnétique est nul. Décrire l'orientation et les variations spatiales du champ électrique dans le cas ou $\overrightarrow{k}$ est réel, et dans le cas ou $\overrightarrow{k}$ est imaginaire pur. Justifier le cas d'onde longitudinale pour ce dernier cas.

4. On considère que les porteurs de charge dans le milieu conducteur sont des électrons dits de conduction. On fait en outre l'hypothèse simplificatrice que ces électrons sont libres, c'est à dire qu'ils ne subissent aucune autre force que celle exercée par le champs électromagnétique.
   Justifier que l'on peut négliger la force exercée sur les électrons par le champ magnétique devant celle exercée par le champ électrique. On raisonner en considérant une onde électromagnétique dans le vide.

5. Montrer que pour un champ électrmagnétique d'intensitré suffisemment faible, on peut considérer le champ agissant sur un électron comme uniforme. On donnera un critère quantitatif portant sur l'amplitude du champs électrique.

6. Quelle est l'équation du mouvement d'un électron du milieu soumis au champ életromagnétique suivant, en supposant qu'il respecte la condition précédente :

$$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t) = \overrightarrow{\mathscr{E}}\, e^{(i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r} - i\omega t)} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}, t) = \overrightarrow{\mathscr{B}}\, e^{(i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r} - i\omega t)} \quad (2)$$

   En déduire la conductivité $\sigma(\omega)$ en fonction de m_e, q_e, ω et de la densité volumique moyenne d'électrons n_e.

7. Exprimer littéralement la pulsation ω_p, appele pulsation plasma, d'une onde longitudinbale définie par l'équation de la question 3. Calculer numériquement cette pulsation sachant que chaque atome d'argent fournit un électron de conduction. Quelle serait la longueur d'onde associée à cette pulsation dans le vide ? A quel domaine du spectre cette fréquence appartient-elle ?

8. On utilise maintenant la forme suivant pour la conductivité complexe du milieu :

$$\sigma(\omega) = i\frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega} \quad (3)$$

Et on ne considère plus que le cas ou $\omega \neq \omega_p$. On note $\overrightarrow{k} = \overrightarrow{k'} + i\overrightarrow{k''}$.
Montrer que pour une onde définie par 1 et 2 on a :

$$\epsilon_0 \overrightarrow{E} = \frac{\omega}{\omega_p^2 - \omega^2} \left(\overrightarrow{k} \wedge \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} \right) \tag{4}$$

9. Exprimer le carré scalaire $\overrightarrow{k}.\overrightarrow{k}$ en fonction de ω, ω_p et c. En déduire que $\overrightarrow{k''}$ est prependiculaire à $\overrightarrow{k'}$ et établir la relation de dispersion suivante :

$$\left(k''^2 - k'^2\right) c^2 = \omega_p^2 - \omega^2 \tag{5}$$

10. Décrire les variations spatiales de l'amplitude du champ électromagnétique dans le cas général $k' \neq 0$, $k'' \neq 0$.